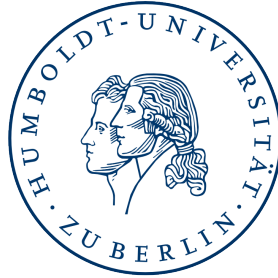

Klausur zum Modul
Komplexe Systeme in der Biologie

Prof. Dirk Brockmann

Sommersemester 2018



Institut für theoretische Biologie - Institut für Biophysik

Institut für Biologie

Fakultät für Lebenswissenschaften

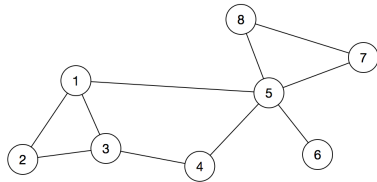
Humboldt Universität zu Berlin

20. Juli 2017 - 8:15 - 9:45 Uhr - Bearbeitungszeit 90 min.

-
- Die Klausur besteht aus 8 Aufgaben, jede Aufgabe liefert maximal 10 Punkte. Insgesamt 80 Punkte können erzielt werden (äquivalent zu 100%)
 - **Bitte Namen und Matrikelnummer auf jeder Seite (unten links) eintragen.**
 - Taschenrechner sind weder erforderlich noch erlaubt.

1. [10 pts.] Die untere Abbildung zeigt ein ungewichtetes, ungerichtetes Netzwerk.

- a) Schreiben Sie die Adjazenzmatrix für dieses Netzwerk auf.
- b) Berechnen Sie die Linkdichte ρ des Netzwerks?
- c) Wie groß ist der mittlere Knotengrad (degree) des Netzwerks?
- d) Welcher Knoten hat die höchste Degree-Centrality?
- e) Welche Knoten haben einen Clustering Coefficient von 1.

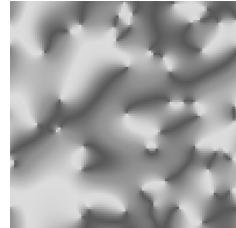
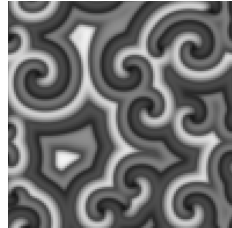
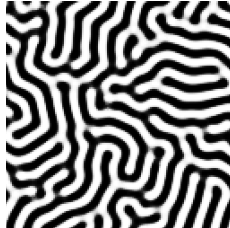
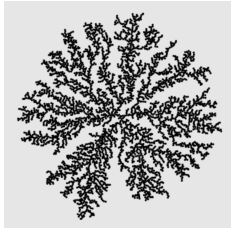


-
2. [10 pts.] Die Abbildung zeigt eine geometrische Struktur die durch einen Iterationsprozess generiert wird. Der Anfangszustand ist ein gefülltes Quadrat der Kantenlänge 1. Nach einer Iteration werden Rechtecke der Dimension $1/3 \times 2/3$ links unten und rechts oben entfernt, sodass ein "Z"-Muster entsteht, das aus 5 kleineren Quadraten mit Kantenlänge $1/3$ besteht. Im zweiten Iterationsschritt wird der Prozess für diese 5 kleineren Quadrate wiederholt, usw. Berechnen Sie die fraktale Dimension der asymptotischen Struktur.



3. [10 pts.] Die Abbildung zeigt 4 zweidimensionale Muster, die durch unterschiedliche Mechanismen entstanden sind. Ordnen Sie diese Muster folgenden Mechanismen zu:

- Ein System aus drei zyklisch interagierenden Spezies ("A frisst B, B frisst C, C frisst A") die zusätzlich diffundieren.
- Ein System von phasengekoppelten Oszillatoren, die durch Wechselwirkung mit ihren nächsten Nachbarn synchronisieren.
- Diffusion Limited Aggregation (DLA).
- Ein System, daß durch lokale Aktivierung und langreichweitige Inhibition Muster generiert.



4. [10 pts.] Analysieren Sie folgende dynamische Systeme. Finden Sie die Fixpunkte und ihre Stabilität.

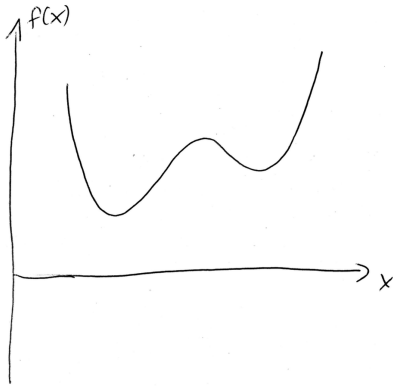
a) $\dot{x} = \frac{x^2+x-2}{1-x}$

b) $\dot{x} = x f(x)$ wobei $f(x)$ zwei Fixpunkte $x_1 < 0$ und $x_2 > 0$ hat. Weiterhin gilt $f'(x_1) \neq 0$ und $f'(x_2) \neq 0$, außerdem ist $f(x) > 0$ auf dem Intervall (x_1, x_2) und $f(x) < 0$ ausserhalb des Intervals.

-
5. [10 pts.] Sei $f(x)$ ein Funktion mit folgender Form (siehe unten): $f(x)$ is überall positiv, hat zwei Minima und ein Maximum. Wir definieren die Funktion $g(x) = f(x) + \lambda$ wobei λ ein Kontrollparameter ist. Analysieren Sie das Bifurkationsverhalten des dynamische Systems

$$\dot{x} = g(x)$$

graphisch und identifizieren sie die Sequenz von Bifurkationen.



6. [10 pts.] Das zweidimensionale dynamische System

$$\dot{x} = f(x, y)$$

$$\dot{y} = g(x, y)$$

hat drei Fixpunkte $(-1, 0)$, $(0, 0)$ und $(0, 1)$. Die Jakobimatrix des Systems sei

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 - 3x^2 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die Stabilität der Fixpunkte
- b) Klassifizieren Sie die Fixpunkte
- c) Skizzieren Sie das Phasenportrait des Systems, inklusive einiger Trajektorien.

7. [10 pts.] Weiter unten ist ein netlogo Program abgebildet.

- Erklären Sie die Schritte der setup-Funktion.
- Skizzieren Sie das Ergebnis der setup-Funktion?
- Erläutern Sie die Simulation die durch das Program ausgeführt wird.
- Welche asymptotischen Zustände kann das System annehmen?

```
turtles-own [state]
to setup
  ca
  ask patches [set pcolor white]
  create-turtles 100 [
    setxy random-pxcor random-pycor
    ifelse random-float 1 < 0.5
      [set state "horst" set color black set shape "circle"]
      [set state "inge" set color black set shape "square"]
  ]
  reset-ticks
end
to go
  ask turtles [
    forward 0.05
    rt random-float 30 - 15
    let a state
    let dude one-of other turtles in-radius 2 with [state != a];
    if dude != nobody [
      ask dude [die]
    ]
  ]
  tick
end
```

8. [10 pts.] Aktivator-Inhibitor Systeme

- a) Erklären Sie qualitativ was ein Aktivator-Inhibitor-System ist.
- b) Welche asymptotischen Zustände kann ein Aktivator-Inhibitor System annehmen?
- c) Entwerfen Sie ein Aktivator-Inhibitor dynamisches System der Form

$$\dot{x} = f(x, y)$$

$$\dot{y} = g(x, y)$$

- d) Diskutieren Sie welche Effekte entstehen können, wenn ein Aktivator-Inhibitor System eine räumliche Komponente hat und die Aktivator und Inhibitor "Teilchen" diffundieren können.